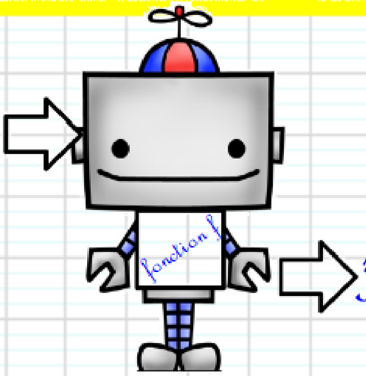
Fonctions

I Définition

<u>Définition :</u> Une fonction est un processus qui, à un nombre, associe un unique nombre.

Le nombre de départ est appelé l'antécédent, c'est la variable.
Le nombre d'arrivée est appelé l'image.

Nombre de départ x
(Zone des <u>antécédents</u>)

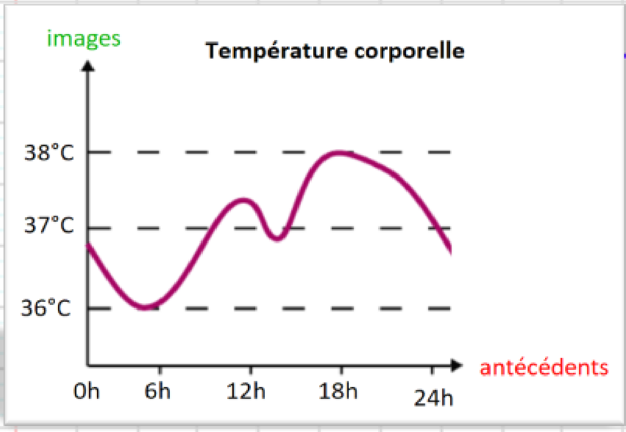


$f(x)$ Nombre d'arrivée
(Zone des <u>images</u>)

<u>Exemples :</u>

♦ La température du corps en fonction de l'heure :

Courbe



À chaque instant de la journée (antécédent), on associe la température du corps (image).

La courbe représente la température du corps en fonction de l'instant de la journée.

Formule

- Pointure du pied : $P = 1,5 \times L + 2$

où L est la longueur du pied et P est la pointure

La formule détermine la pointure en fonction de la longueur du pied.

A chaque Longueur du pied (antécédent), on associe la Pointure (image).

Tableau

- Des tarifs de la poste sont présentés dans le tableau suivant :

Tarifs nets Colissimo au 1er janvier	
Poids (jusqu'à)	**Coût**
250 g	4,95 €
500 g	6,15 €
1 kg	7, 65 €
2 kg	8,65 €
5 kg	13,15 €
antécédents	images

A chaque masse (antécédent), on associe le coût d'envoi du colis (image).

Le tableau détermine le coût d'envoi du colis en fonction de sa masse.

Une fonction peut être représentée de 3 façons différentes :

- par une expression graphique
- par une expression symbolique
- par une représentation graphique

II Exemple complet

On considère le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre
- Ajouter 3
- Elever au carré
- Soustraire 5

1. Quel nombre obtient-on si on choisit 6 comme nombre de départ ? et avec -7 ?

$6 + 3 = 9$

$9^2 = 81$ $\qquad (6+3)^2 - 5 = 76$

$91 - 5 = 76$

$-7+3 = -4$

$(-4)^2 = 16$ $\qquad (-7+3)^2 - 5 = 11$

$16-5 = 11$

Si on choisit 6 comme nombre de départ, on obtient 76

Si on choisit -5 comme nombre de départ, on obtient 11

2. On appelle x le nombre choisi au départ, écrire en fonction de x l'expression obtenue à la fin du programme

$f : x \longmapsto (x+3)^2 - 5$ ou $f(x) = (x+3)^2 - 5$

Se lit : « f qui a x associe $(x+3)^2 - 5$ »

Se lit : « f de x est égal à $(x+3)^2 - 5$ »

3. Calculer l'image de -3 et 0 par la fonction f

$f(x) = (x+3)^2 - 5$

$f(-3) = (-3+3)^2 - 5$

$f(-3) = -5$

- 5 est l'image de - 3

- 3 est un antécédent de - 5 par la fonction f

$f(0) = (0+3)^2 - 5$

$f(0) = 4$

4 est l'image de 0

0 est un antécédent de 4 par la fonction f

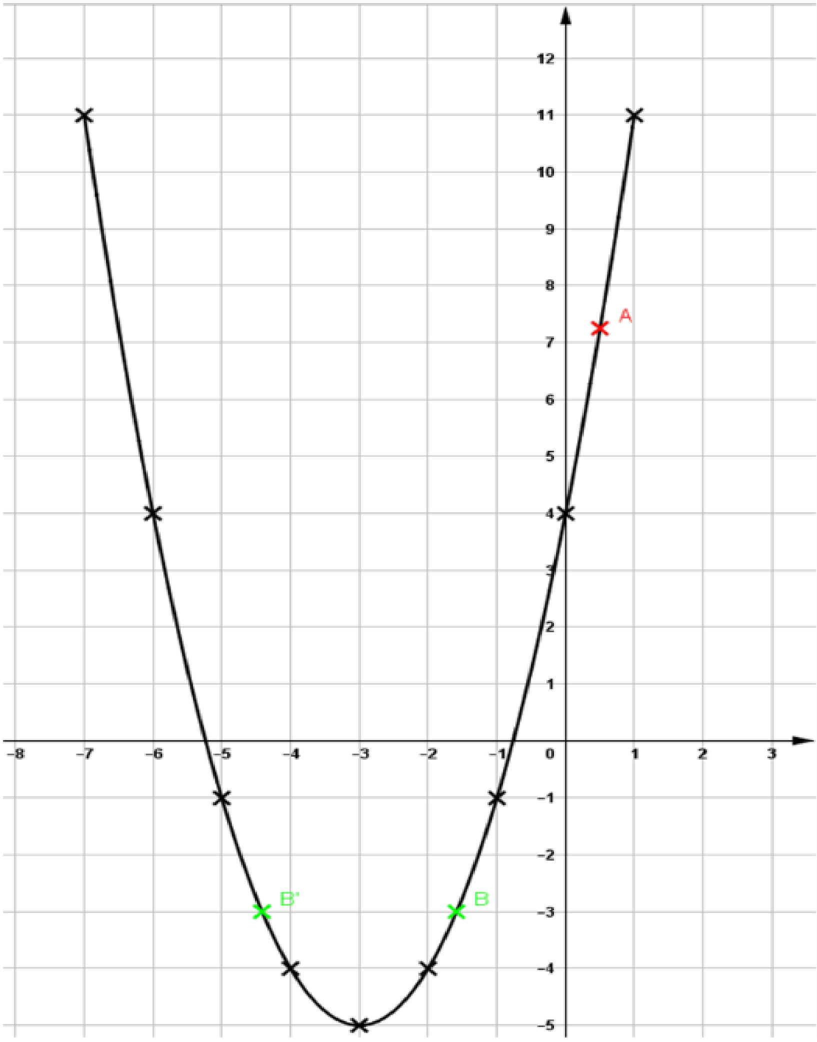
On peut regrouper les résultats obtenus sous forme d'un tableau

antécédent	x	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
image	$f(x)$	11	4	-1	-4	-5	-4	-1	4	11	20	31	44	59	76

$f(-7) = 11$ $\qquad f(-3) = -5$ $\qquad f(2) = 20$

On constate qu'une image peut avoir plusieurs antécédents.
Par exemple, l'image 11 a deux antécédents par la fonction f : -7 et 1.
Attention, l'inverse est faux, un antécédent n'a qu'une seule image.

On peut regrouper les résultats obtenus sous forme d'un graphique :



On place sur la courbe le point A d'abscisse 0,5.

Graphiquement on a A (0,5 ; 7,3).

On peut écrire : f(0,5) ≅ 7,3

C'est-à-dire l'image de 0,5 par f est environ 7,3
l'antécédent de 7,3 par f est environ 0,5.

On place sur la courbe les points B et B' d'ordonnée -3.

Graphiquement on a : B(-1,6 ; -3) et B'(-4,4 ; -3)

On peut écrire : f(-1,6) ≅ -3 et f(-4,4) ≅ -3

C'est-à-dire les antécédents de -3 par f sont environ -1,6 et -4,4
L'image de -1,6 et -4,4 est environ -3.